

8 Séries de Fourier

Exercice 8.3. Nous avons déjà montré la formule

$$c_n(h) = 2\pi c_n(f)c_n(g).$$

En utilisant la formule

$$c_n(f) = \frac{1}{2} (a_n(f) - i b_n(f)),$$

on obtient

$$\begin{cases} a_n(f) = c_n(f) + c_{-n}(f) \\ b_n(f) = i(c_n(f) - c_{-n}(f)). \end{cases}$$

Par conséquent, on a

$$\begin{aligned} a_n(h) &= \pi ((a_n(f) - i b_n(f)) (a_n(g) - i b_n(g)) + (a_n(f) + i b_n(f)) (a_n(g) + i b_n(g))) \\ &= \pi (a_n(f)a_n(g) - b_n(f)b_n(g)), \end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned} b_n(h) &= \pi ((a_n(f) - i b_n(f)) (a_n(g) - i b_n(g)) - (a_n(f) + i b_n(f)) (a_n(g) + i b_n(g))) \\ &= \pi (a_n(f)b_n(g) + b_n(f)a_n(g)). \end{aligned}$$